

أولاً: أجب عن كل الأسئلة الأربعة الآتية:

(٤٠ درجة لكل سؤال)

السؤال الأول:

أوجد نهاية التابع $f(x) = x \ln\left(1 + \frac{1}{x}\right)$ عند (0) وعند $(+\infty)$.

السؤال الثاني:

نريد تشكيل لجنة مكونة من ثلاث أشخاص من مجموعة تضم خمسة أشخاص إذا علمت أنه يوجد في المجموعة شخصان متخاصمان لا يجتمعان بنفس اللجنة، بكم طريقة يمكن تشكيل هذه اللجنة؟

السؤال الثالث:

حل في (\mathbb{R}) المعادلة: $e^x - 3e^{-x} + 2 = 0$.

السؤال الرابع:

إذا كانت النقطة G مركز الأبعاد المتناسبة للنقاط المثقلة $(D, 1), (C, 1), (B, 2)$ وكان $ABCD$ رباعي وجوه. عين مجموعة نقاط الفراغ M التي تحقق العلاقة:

$$\|2\overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} + \overrightarrow{MD}\| = \|4\overrightarrow{MA} - 2\overrightarrow{MB} - \overrightarrow{MC} - \overrightarrow{MD}\|$$

(٦٠ درجة لكل تمرين)

ثانياً: حل التمارين الأربعة الآتية:

التمرين الأول:

أثبت أياً كان العدد الحقيقي (x) أن: $e^x \geq x - 1$

التمرين الثاني:

يحتوي صندوق على 9 كرات (4 بيضاء و 3 سوداء و 2 حمراء)

نسحب عشوائياً من الصندوق ثلاث كرات معاً.

١. احسب احتمال الأحداث الآتية:

A : سحب كرتين سوداويين وكرة حمراء.

E : سحب ثلاث كرات من نفس اللون.

C : سحب كرة بيضاء واحدة على الأقل.

٢. نعرف متغير عشوائي X الذي يقترن كل سحب بعدد الألوان التي تحملها الكرات الثلاث المسحوبة. احسب احتمال

$(X = 3)$, $(X = 1)$, واستنتج احتمال $(X = 2)$ واحسب توقعه الرياضي.

التمرين الثالث:

المستقيمان L و \dot{L} معرفان وسيطياً وفق:

$$\dot{L}: \begin{cases} x = 4 - 5s \\ y = 3 - 2s \\ z = -1 + 2s \end{cases} : s \in \mathbb{R} \quad \text{و} \quad L: \begin{cases} x = -1 \\ y = 1 - t \\ z = 1 - 2t \end{cases} : t \in \mathbb{R}$$

1. أثبت أن L و \dot{L} متقاطعان في نقطة يطلب تعيين إحداثياتها.

2. أوجد معادلة المستوي المحدد بالمستقيمين L و \dot{L} .

التمرين الرابع:

أوجد مجموعة حلول المتراجحة : $\ln 3 \leq \ln(5-x) + \ln(x-1)$

(١٠٠ درجة لكل مسألة)

ثالثاً: حل المسألتين الآتيتين:

المسألة الأولى:

نتأمل في معلم متجانس النقاط $A\left(-\frac{1}{2}, 3, 1\right), B(-1, 0, 2), C(2, 1, 1), D(-3, 3, -1)$ ، و المطلوب:

1. a أثبت أن النقاط B, C, D تعين مستو . أوجد معادلته.

b استنتج طبيعة المثلث BCD ، واحسب مساحته.

2. a أثبت أن النقطة A تقع خارج المستوي (BCD) .

b احسب بعد النقطة A عن المستوي (BCD) .

3. احسب حجم رباعي الوجوه $(ABCD)$.

4. a أثبت أن النقاط B, C, D تقع على كرة مركزها A

b احسب نصف قطر هذه الكرة واكتب معادلتها.

المسألة الثانية:

C الخط البياني للتابع f المعرف (\mathbb{R}) وفق: $f(x) = \ln(e^x + 1)$ ، و المطلوب:

1. أثبت أن $y = x$: Δ مقارب للخط C و ادرس وضع C مع Δ .

2. ادرس تغيرات f ، و نظم جدولاً بها ، و اكتب معادلة المقارب الأفقي للخط C .

3. اكتب معادلة المماس T للخط C في نقطة تقاطعه مع المحور $y y'$.

4. ارسم Δ و ارسم T و ارسم C .

❖ انتهت الأسئلة ❖